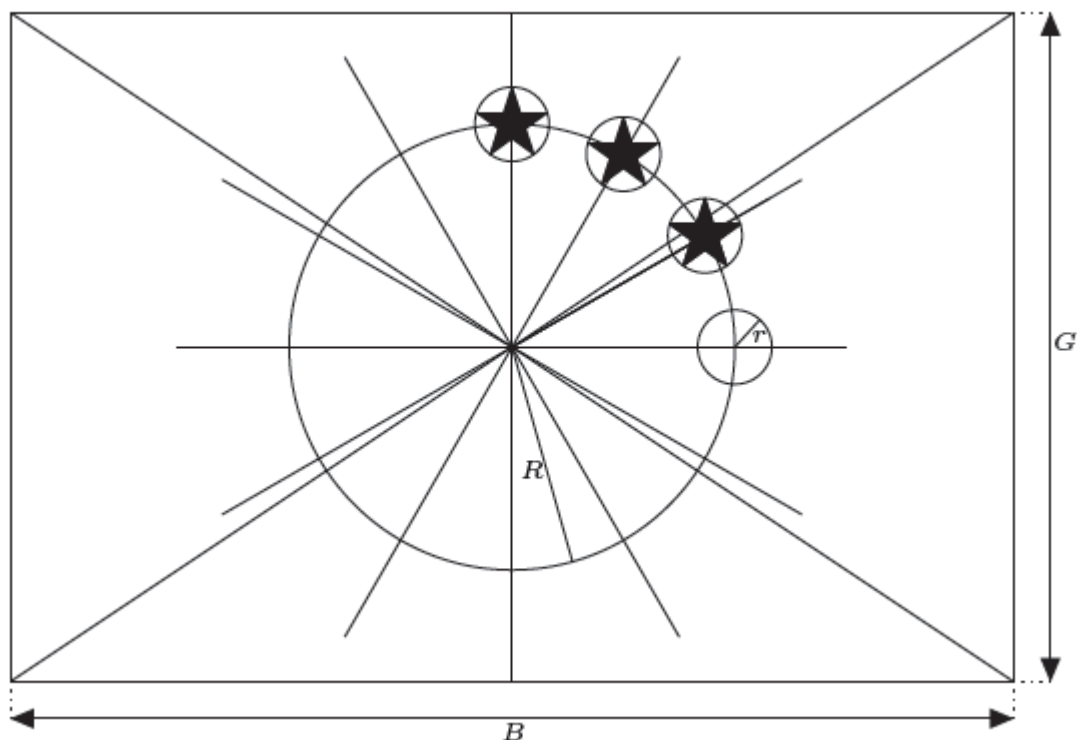


PREMIÈRE PARTIE : Autour du pentagone régulier

Ce problème comprend quatre parties indépendantes A, B, C et D.

Description géométrique du drapeau de l'Europe : (D'après Hypercube n ° 16 de février/mars 1997). « L'emblème est constitué par un rectangle bleu dont le battant (B) a une fois et demie la longueur du guindant (G). Les douze étoiles d'or s'alignent régulièrement le long d'un cercle non apparent dont le centre est situé au point de rencontre des diagonales du rectangle. Le rayon de ce cercle (R) est égal au tiers de la hauteur du guindant. Chacune des étoiles à cinq branches est construite dans un cercle non apparent dont le rayon (r) est égal à $1/18$ de la hauteur du guindant. Toutes les étoiles sont disposées verticalement, c'est à dire avec une branche dirigée vers le haut et deux branches s'appuyant sur une ligne non apparente, perpendiculaire à la hampe ».



Partie A : La construction du drapeau

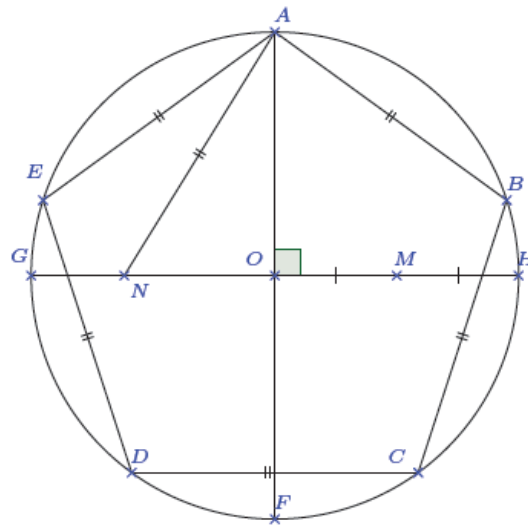
- A.1) Exprimer B , R et r en fonction de G .
- A.2) Pour cette question, le rayon (r) d'un petit cercle est 6 cm. Calculer, en cm, les dimensions G et B du drapeau.
- A.3) On souhaite construire un drapeau européen sur une feuille de format A3 (297 mm sur 420 mm) de telle façon que r , R , G et B soient des nombres entiers de mm.
- A.3.a) Quelles contraintes sur G et B l'utilisation d'une feuille de format A3 impose-t-elle ?
- A.3.b) Exprimer G et B en fonction de r (donner les expressions de G et B en mm). En déduire que G est multiple de 18 et que B est multiple de 27.
- A.3.c) Quelle valeur doit-on donner à r , R , G et B pour que le drapeau obtenu soit le plus grand possible ?

Partie B : La construction d'une étoile

On souhaite construire une étoile inscrite dans un cercle de diamètre $[AF]$. Réaliser la construction sur la feuille jointe en Annexe 1, en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas, à l'aide du programme de construction ci-dessous. Les traits de constructions resteront apparents.

- Placer le milieu O du segment $[AF]$.
- Tracer un cercle \mathcal{C} de centre O et de diamètre $[AF]$.
- Tracer le segment $[GH]$ tel qu'il soit un diamètre de \mathcal{C} perpendiculaire à $[AF]$
- Tracer le cercle de centre M passant par A ; il coupe $[OG]$ en N ,
 M étant le milieu de $[OH]$
- Tracer le cercle de centre A passant par N ; il coupe \mathcal{C} en deux points distincts B et E ,
- $[AB]$ représente un côté du pentagone convexe et on va reporter la longueur AB 3 fois sur le cercle \mathcal{C} pour terminer le tracé :
 - Tracer le cercle de centre B , passant par A ; il coupe le cercle \mathcal{C} en deux points distincts A et C ,
 - Tracer le cercle de centre C , passant par B ; il coupe le cercle \mathcal{C} en deux points distincts B et D ,
- Pour obtenir le pentagone étoilé, tracer les segments $[AC]$, $[CE]$, $[EB]$, $[BD]$, $[DA]$.

Partie C : L'étude du pentagone convexe régulier



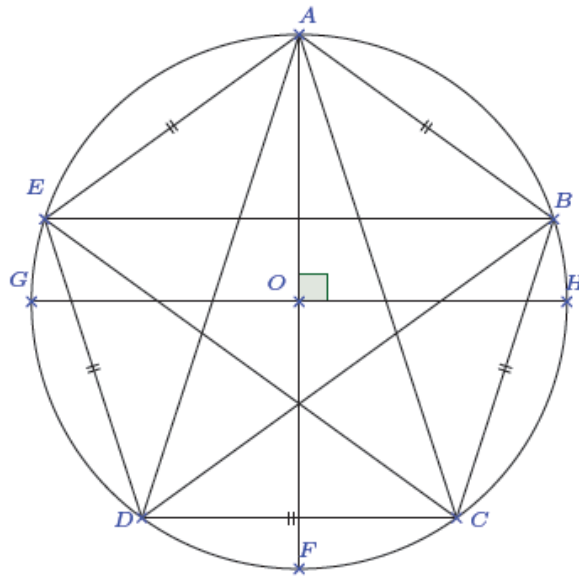
Pentagone convexe régulier (la figure n'est pas en vraie grandeur)
 La position relative des points est donnée dans la partie B. On note r le rayon du cercle

- C.1) Calculer les mesures des angles \widehat{AOB} et \widehat{ABC} .
- C.2) L'objectif de cette question est de calculer MA et ON .
- C.2.a) Quelle est la nature du triangle AOM ? En déduire que $MA = \frac{\sqrt{5}}{2}r$.
- C.2.b) D'après le programme de construction précédent, quelle relation lie MA et MN ? En déduire que $ON = \frac{\sqrt{5}-1}{2}r$.
- C.3) L'objectif de cette question est de calculer la mesure d'un côté du pentagone.
- C.3.a) Quelle est la nature du triangle AON ? Donner l'expression de AN en fonction de r .
- C.3.b) En déduire que la mesure du côté $[AB]$ du pentagone est

$$AB = r\sqrt{1 + \frac{(\sqrt{5} - 1)^2}{4}}$$

- C.3.c) Si le pentagone convexe régulier $ABCDE$ est obtenu à partir d'un cercle de rayon $r = 6$ cm, quelles sont les expressions de MA , ON et AB ? Donner la troncature à deux décimales de la mesure, en cm, du côté de ce pentagone régulier.

Partie D : L'étude du pentagone étoilé régulier $ACEBD$



Pentagone étoilé régulier (la figure n'est pas en vraie grandeur)

- D.1) Calculer la mesure de l'angle \widehat{CAD} .
- D.2) On sait que le rapport entre la diagonale du pentagone convexe régulier et son côté est égal au nombre d'or $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.
- D.2.a) En déduire une expression liant AC et AB .
- D.2.b) Si le pentagone étoilé régulier $ACEBD$ est obtenu à partir d'un cercle de rayon $r = 6$ cm, quelle est la longueur AC ? Donner une troncature à une décimale de la mesure, en cm, du côté $[AC]$ du pentagone étoilé.

DEUXIÈME PARTIE

deux

Cette partie est constituée de trois exercices indépendants.

Exercice 1

En informatique, on utilise généralement les trois bases suivantes :

- La base 2 ou binaire : les seuls chiffres sont 0 et 1 ;
- La base 10 ou décimale ;
- La base 16 ou hexadécimale : les chiffres sont 0, 1, ..., 9, A, B, C, D, E, F.

1. Pour chacune des suites de chiffres suivantes « 10101100 » ; « 1010211 » ; « 2A0GF00 », préciser si elle peut être une représentation de nombre :

- 1a) En base 2.
- 1b) En base 10.
- 1c) En base 16.

2. Cette question concerne les conversions binaire \leftrightarrow décimal.

- 2a) Convertir 1101010_2 en base dix en explicitant les calculs.
- 2b) Convertir 255 en base deux en explicitant les calculs.

3. Cette question concerne les conversions hexadécimal \leftrightarrow décimal.

- 3a) Convertir 100_{16} en base dix en explicitant les calculs.
- 3b) Convertir 255 en base seize en explicitant les calculs.

4. 4a) Recopier et compléter le tableau suivant en effectuant les conversions nécessaires :

binaire	10_2			$110\ 1010_2$			
décimal		16			255		
hexadécimal			31_{16}			100_{16}	$7B9A_{16}$

- 4b) En vous aidant du tableau, en déduire une méthode « simple » pour effectuer les conversions binaire \leftrightarrow hexadécimal sans passer par la base 10.

Exercice 2

1. Les nombres suivants sont-ils décimaux ?

$$A = \frac{21}{49} \quad ; \quad B = 15,\overline{28} \quad ; \quad C = \frac{274}{685}$$

2. Le nombre B est exprimé au moyen d'une écriture décimale. L'objectif de cette question est de trouver l'écriture fractionnaire de B .
 - 2a) Calculer $100 \times B$ puis $100 \times B - B$. En déduire $99 \times B$.
 - 2b) En déduire une écriture fractionnaire de B .