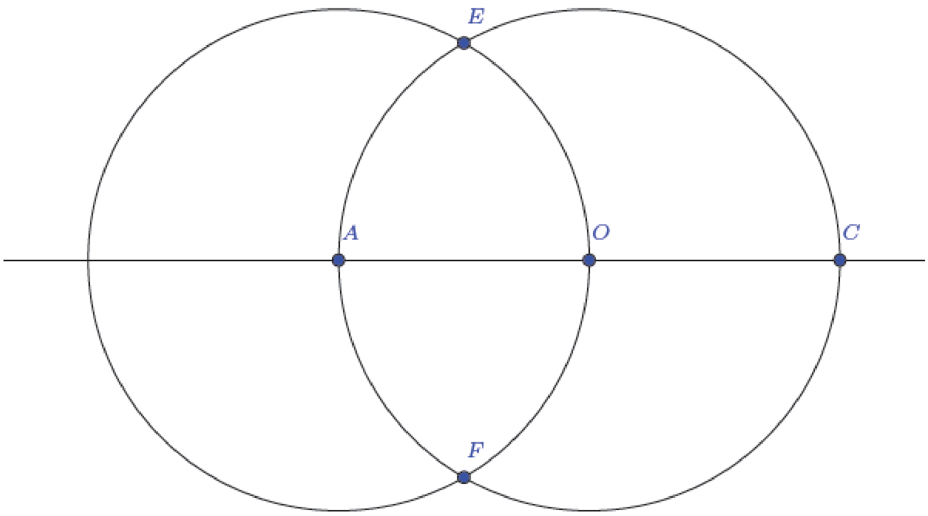
PREMIÈRE PARTIE

Les parties A et B sont indépendantes.
Dans la partie A les questions A1 et A2 sont indépendantes.

Partie A : Symétrie axiale et figures dans le plan

A.1.) Dans la figure ci-dessous les cercles de centre A et de centre O ont même rayon et se coupent en E et F. La droite (AO) recoupe le cercle de centre O en C.



A.1.a) Montrer que la droite (AC) est axe de symétrie de la figure.

A.1.b) On désigne par $ABCD$ le carré de diagonale $[AC]$, le point B étant du même côté que le point E par rapport à la droite (AC). Construire le carré $ABCD$ à la règle non graduée et au compas. On laissera apparents les traits de construction.

A.1.c) Quelle est la droite symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (AC) ? Justifier.

A.1.d) On nomme G le point d'intersection des droites (AB) et (CE) et H le point d'intersection des droites (AD) et (CF). Montrer que le point G est le symétrique du point H par rapport à la droite (AC).

A.1.e) Démontrer que le triangle CGH est équilatéral.

A.2.) ABC est un triangle quelconque et (d) la médiatrice du segment $[BC]$. Le point M est le symétrique du point A par rapport à la droite (d).

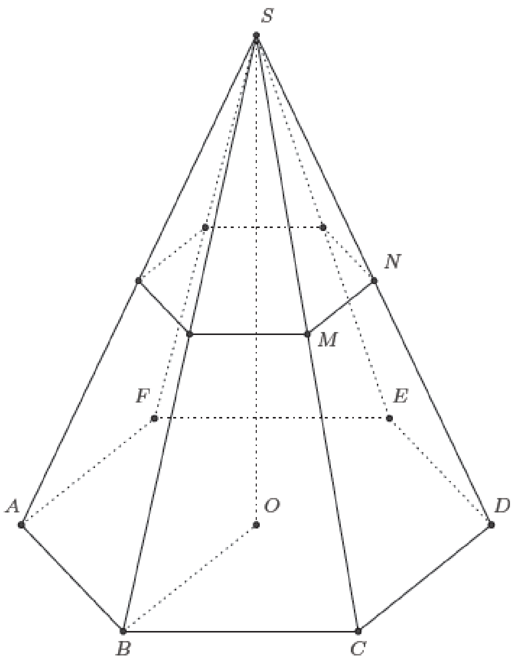
A.2.a) Faire une figure.

A.2.b) Montrer que les triangles ABC et MBC sont isométriques (superposables).

A.2.c) Montrer que les points A, B, C, M sont cocycliques (c'est à dire des points d'un même cercle).

Partie B : Aire et volume de solides dans l'espace

$SABCDEF$ est une pyramide régulière de sommet S et dont la base est un hexagone régulier inscriptible dans un cercle de centre O et de rayon OA. On nomme (P_1) cette pyramide. On nomme M un point de l'arête $[SC]$ et N un point de $[SD]$ tels que la droite (MN) soit parallèle à la droite (CD). On pose : $SA = 30$ cm, $AB = 12$ cm et $SN = x$ cm (x est un nombre réel strictement positif).



B.1.) Quelle est la nature du triangle AOB ? Justifier.

B.2.) Déterminer, en centimètres, la mesure exacte de la hauteur h_1 du triangle AOB et la mesure exacte de la hauteur h_2 du triangle SAB.

B.3.) a) Calculer l'aire exacte du triangle SAB et l'aire exacte du triangle OAB.
b) En déduire l'aire totale des 7 faces de la pyramide (P_1).

B.4.) Montrer que le volume exact de la pyramide (P_1) est $1296\sqrt{7}$ cm^3.
Rappel : Le volume $\mathcal{V}$ d'une pyramide se calcule par la formule

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \text{Aire de base} \times \text{Hauteur}$$

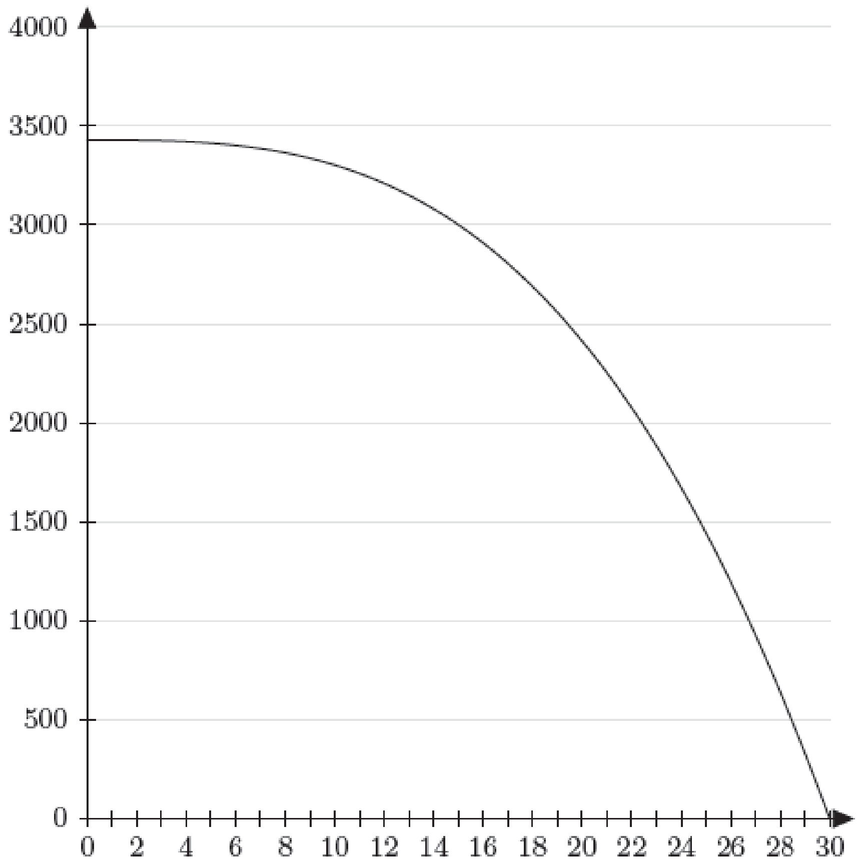
B.5.) On coupe la pyramide (P_1) suivant un plan (R) passant par le point M et parallèle à la base hexagonale régulière $ABCDEF$. On admettra que ce plan (R) contient la droite (MN). On obtient une pyramide régulière (P_2) de sommet S et dont la base hexagonale régulière passe par $[MN]$ et est parallèle à la base $ABCDEF$. On nomme (T) le tronc de pyramide obtenu à partir de la pyramide (P_1) en supprimant la pyramide (P_2).

Montrer que le volume $\mathcal{V}(T)$ de ce tronc de pyramide (T) est égal à :

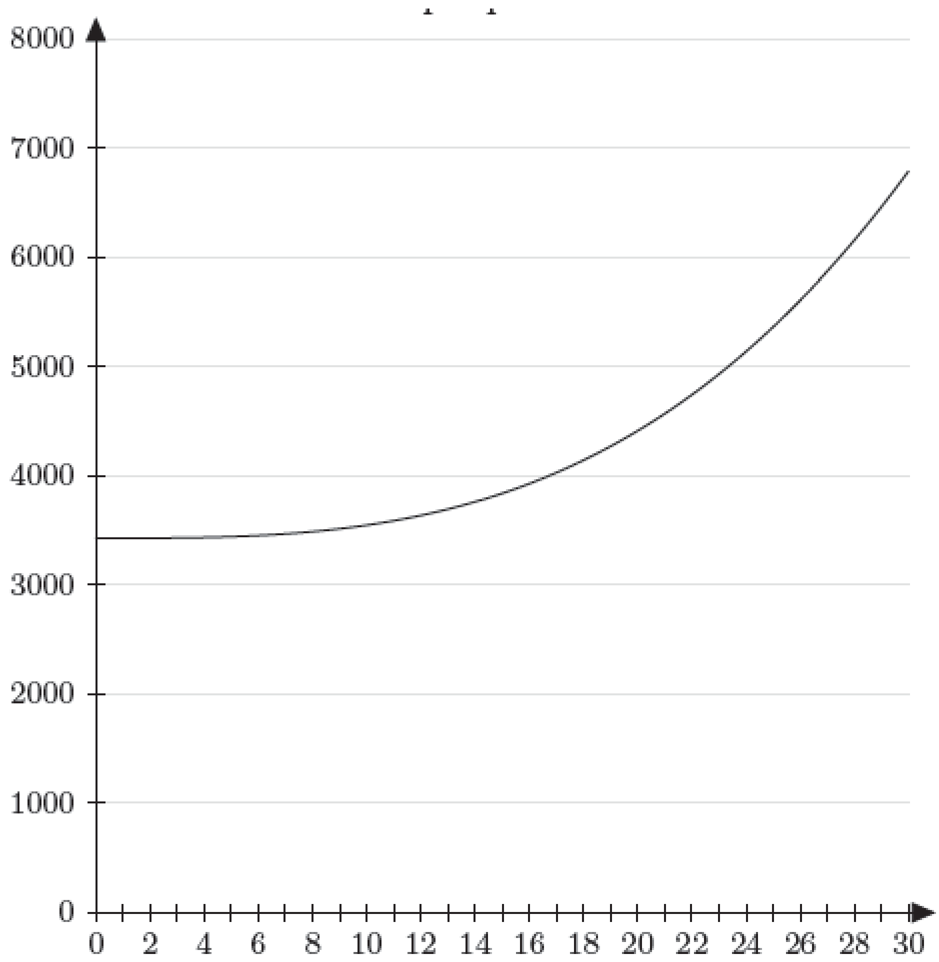
$$\mathcal{V}(T) = \left(1296\sqrt{7} - \frac{6x^3\sqrt{7}}{125}\right) \text{ cm}^3$$

B.6.) a) Calculer le rapport des volumes des deux pyramides, (P_1) et (P_2). Quelle relation peut- on formuler entre ce rapport et le rapport $\frac{SN}{SD}$?
b) En déduire la valeur de x pour que le volume de la pyramide (P_2) soit le huitième de celui de la pyramide (P_1).

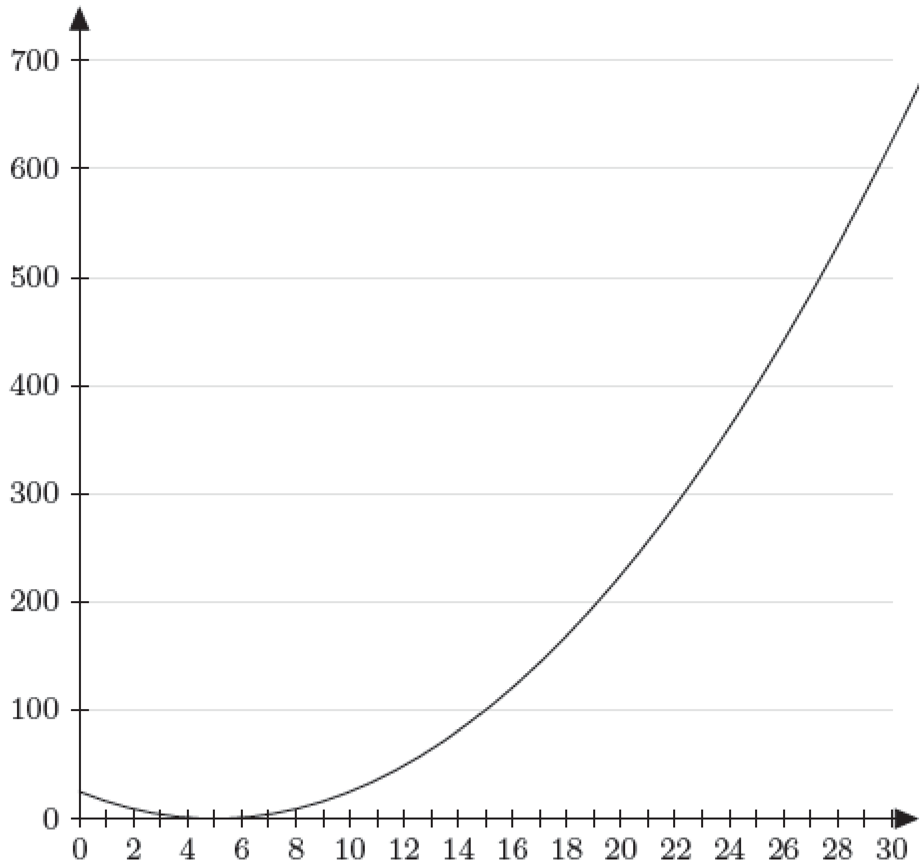
B.7.) Si on admet que l'un seulement des quatre graphiques ci-dessous représente les variations du volume de (T) en fonction de x, lesquels faut-il écarter ? Justifier. Remarque : Pour chacun de ces quatre graphiques, l'axe horizontal est celui des abscisses.


4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30

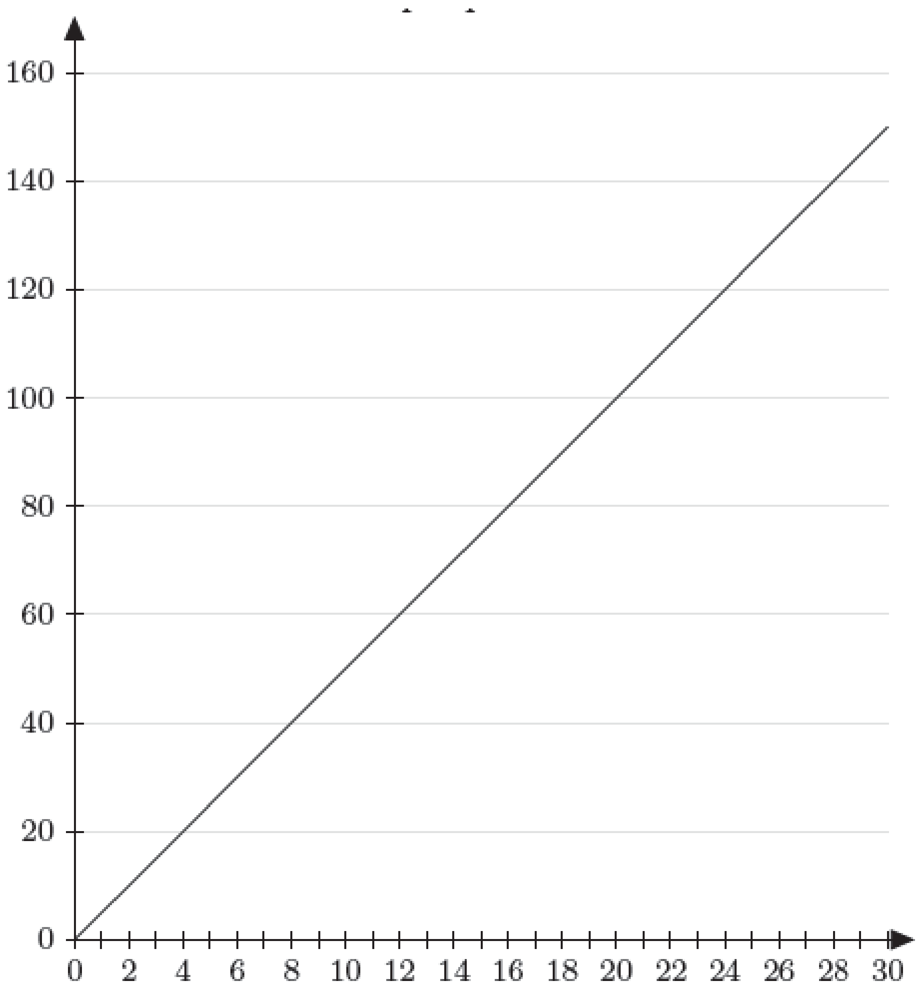
Graphique 1


8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30

Graphique 2



Graphique 3



Graphique 4

Exercice 1

Ce samedi après-midi, les trois enfants de la famille Trucmuche sont tous partis faire une compétition :

- Alain fait un match de tennis pour lequel il a une probabilité de gagner égale à 0,7 ;
- Bernard fait une partie d'échecs qu'il ne peut gagner qu'avec une probabilité de 0,4 ;
- et Cécile fait un combat de lutte qu'elle a 60% de chance de remporter.

a. Calculer la probabilité que les trois enfants gagnent leur compétition.

b. Calculer la probabilité que seul Bernard gagne sa compétition.

c. Calculer la probabilité qu'au moins un des enfants gagne sa compétition.

Exercice 2

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse, puis justifier. Une réponse même juste mais non justifiée ne rapporte aucun point. Une réponse fausse n'enlève aucun point.

1. Affirmation 1 : Si deux surfaces ont même aire, alors elles ont même périmètre.

2. Affirmation 2 : Si deux surfaces ont même périmètre, alors elles ont même aire.

3. Soit $[AB]$ un segment et M un point de ce segment. On donne : $4 \leq AB \leq 5$ et $2,4 \leq AM \leq 2,6$(l'unité de longueur est le centimètre).
   Affirmation 3 :
   On a : $1,6 \leq MB \leq 2,4$.

4. Un modèle réduit d'une cuve cubique occupe un volume de 125 cm^3 alors que son volume réel est de 125 m^3.
   Affirmation 4 : L'échelle utilisée pour réaliser ce modèle réduit est 0,001.