

Exercice 1

Les deux questions sont indépendantes.

1) a. Développer et réduire l'expression suivante où x est un nombre réel :

$$(x+1)(x-1) - (x+2)(x-2).$$

b. Utiliser le résultat précédent pour trouver rapidement sans utiliser la calculatrice :

$$297 \times 295 - 298 \times 294$$

2) Observer les résultats ci-dessous :

$$1^2 - 0^2 = 1$$

$$2^2 - 1^2 = 3$$

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$4^2 - 3^2 = 7$$

Les égalités ci-dessus permettent de conjecturer une propriété. Deux sont proposées ici :

- 1- Si a et b sont deux nombres consécutifs, alors leur somme est égale à la différence de leurs carrés.
- 2- Si a et b sont deux nombres consécutifs, alors leur somme est égale au carré de leur différence. Une seule de ces propriétés est exacte. Laquelle ? La démontrer.

Exercice 2

Cet exercice comporte deux questions indépendantes.

1) Des petites briques de jus d'orange d'une contenance de 20 cL ont la forme de pavés droits dont la base a pour dimensions 4 cm et 6 cm.

a) Calculer la hauteur h d'une de ces briques. On donnera une valeur approchée de h à 1 mm près par excès.

b) Un magasin propose ces briques au prix de 2,89 € le lot de six. Calculer le prix d'un litre de jus d'orange, arrondi au centime.

c) Lors d'une opération promotionnelle le magasin propose deux options :

option A : une remise de 30 % sur le prix d'un lot ;

option B : prix du lot inchangé mais avec deux briques « gratuites » en plus.

Quelle option donne le prix au litre le moins élevé ? Justifier la réponse.

2) Dans un autre magasin, une offre promotionnelle consiste à « rembourser » la TVA sur tous les produits. Ainsi le client voit affiché le prix toutes taxes comprises (TTC) mais ne paie en caisse que le prix hors taxes.

a) Quel est le prix payé en caisse (arrondi au centime) si le prix affiché est 42,55 € et le taux de TVA est 5,5 % ?

b) Pour pouvoir retrouver les prix promotionnels des objets qu'il achète dans ce magasin, un client prépare, à l'aide d'un tableur, la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E
1	Produits	Prix affichés(TTC)	Taux TVA	Prix promotionnels	
2	Produits alimentaires		5,50%		
3	Produits au taux normal		20%		
4					
5					

Quelle formule peut-il taper dans la case D2 pour que s'affiche le prix promotionnel d'un produit alimentaire dès que l'on entre son prix affiché en B2 ?

Quelle formule peut-il taper en D3 ?

Exercice 3

Dans cet exercice, des affirmations sont proposées. Pour chacune dire si elle est vraie ou fausse, et justifier la réponse. Une réponse exacte mais non justifiée ne rapporte aucun point.

Affirmation 1 : Pour tout nombre entier naturel n , $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ le nombre est divisible par 7.

Affirmation 2 : Si un nombre est multiple de 6 et de 9, alors il est aussi multiple de 54.

Affirmation 3 : Le produit de deux nombres pairs consécutifs est divisible par 8.

Affirmation 4 : Les nombres 231 567 808 771 et 3 457 799 045 311 n'ont pas de multiple commun.

Affirmation 5 : La somme de cinq nombres entiers consécutifs est un multiple de 5.

Un homme a moins de 100 ans. L'an dernier, son âge était divisible par 11. L'année prochaine, son âge sera divisible par 5.

Affirmation 6 : On est certain que cet homme a 34 ans.

Affirmation 7 : La somme des carrés de deux nombres entiers impairs est un nombre entier pair.

Affirmation 8 : La somme de deux nombres premiers est toujours un nombre premier.

Affirmation 9 : La somme de deux nombres premiers n'est jamais un nombre premier.

Affirmation 10 : Shéhérazade commence à lire un conte un lundi soir. Elle lit 1001 nuits consécutives. Elle terminera un dimanche soir.

Affirmation 11 : Sans utiliser de calculatrice ni poser l'opération, on peut affirmer que l'écriture décimale du nombre $4^7 \times 5^{18}$ comporte 17 chiffres.

Exercice 4

On considère le trapèze rectangle ABCD, de hauteur [AD] tel que $AD = 8$ cm et de bases [AB] et [CD] de longueurs respectives 4 cm et 10 cm.

1) Calculer l'aire du trapèze ABCD.

2) Donner, en justifiant, la nature du triangle BCD.

3) La hauteur issue de C dans le triangle BCD coupe la droite (AD) en K. Montrer que les triangles KBC et KDC ont la même aire.

4) Soit M un point mobile sur le segment [AD]. On note x la mesure de la longueur AM, l'unité choisie étant le cm.

a) Donner, en fonction de x , l'aire du triangle BCM.

b) Pour quelle position de M, l'aire du triangle BCM est-elle la moitié de celle du trapèze ABCD ?